



วันที่ ๑๓ กรกฎาคม ๒๕๔๙

โจทย์ข้อที่ ๔ จงหาคู่อันดับจำนวนเต็ม  $(x, y)$  ทั้งหมดซึ่ง

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

โจทย์ข้อที่ ๕ ให้  $P(x)$  เป็นพหุนามดีกรี  $n > 1$  ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มและให้  $k$  เป็นจำนวนเต็มบวก พิจารณาพหุนาม  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$  เมื่อมี  $P$  ทั้งหมด  $k$  ตัว จงพิสูจน์ว่ามีจำนวนเต็ม  $t$  อย่างมาก  $n$  ตัวซึ่ง  $Q(t) = t$

โจทย์ข้อที่ ๖ กำหนดจำนวนจริงให้แต่ละด้าน  $b$  ของรูปหลายเหลี่ยมมุม  $P$  โดยที่จำนวนจริงดังกล่าวมีค่าเท่ากับพื้นที่ที่มากที่สุดของรูปสามเหลี่ยมซึ่งอยู่ภายใน  $P$  และมี  $b$  เป็นด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม จงแสดงว่าผลรวมของพื้นที่ทั้งหมดที่กำหนดให้กับด้านของ  $P$  มีค่าอย่างน้อยสองเท่าของพื้นที่ของ  $P$

เวลาที่ให้: ๔ ชั่วโมง ๓๐ นาที

โจทย์แต่ละข้อมี ๗ คะแนน