



Den 13 juli 2006

**Problem 4.** Bestäm alla heltalspar  $(x, y)$  sådana att

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

**Problem 5.** Låt  $P(x)$  vara ett polynom av grad  $n$ ,  $n > 1$ , med heltalskoefficienter och låt  $k$  vara ett positivt heltal. Betrakta polynomet  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ , där  $P$  förekommer  $k$  gånger. Visa att det finns som mest  $n$  heltal  $t$  sådana att  $Q(t) = t$ .

**Problem 6.** Låt  $P$  vara en konvex polygon. Till varje sida  $b$  av  $P$  tilldelas den maximala arean av en triangel som har  $b$  som en av sina sidor och som ligger inuti  $P$ . Visa att summan av areor som tilldelades polygonens alla sidor är minst två gånger arean av  $P$ .

*Tillåten tid: 4 timmar 30 minuter  
För varje uppgift kan man få upp till 7 poäng*