



13 de julio de 2006

Problema 4. Determine todas las parejas de enteros (x, y) tales que

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problema 5. Sea $P(x)$ un polinomio de grado $n > 1$ con coeficientes enteros y sea k un entero positivo. Considere el polinomio $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, donde P aparece k veces. Demuestre que hay a lo sumo n enteros t tales que $Q(t) = t$.

Problema 6. Asignamos a cada lado b de un polígono convexo P el área máxima que puede tener un triángulo que tiene a b como uno de sus lados y que está contenido en P . Demuestre que la suma de las áreas asignadas a los lados de P es mayor o igual que el doble del área de P .

*Tiempo permitido: 4 horas 30 minutos
Cada problema vale 7 puntos.*