



13 Iulie 2006

**Problema 4.** Determinați toate perechile  $(x, y)$  de numere întregi astfel încât

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

**Problema 5.** Fie  $P(x)$  un polinom de grad  $n > 1$  cu coeficienți numere întregi și fie  $k$  un număr natural nenul. Considerăm polinomul  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ , unde  $P$  apare de  $k$  ori. Demonstrați că există cel mult  $n$  numere întregi  $t$  astfel încât  $Q(t) = t$ .

**Problema 6.** Fie  $P$  un poligon convex. Asociem fiecărei laturi  $b$  a lui  $P$  aria maximă a unui triunghi conținut în  $P$  și în care una dintre laturi este  $b$ . Arătați că suma ariilor asociate laturilor poligonului  $P$  este cel puțin egală cu dublul ariei poligonului  $P$ .

*Timp de lucru: 4 ore și 30 de minute  
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte*