



13 lipca 2006 r.

**Zadanie 4.**

Wyznaczyć wszystkie pary  $(x, y)$  liczb całkowitych, dla których

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

**Zadanie 5.**

Niech  $P(x)$  będzie wielomianem stopnia  $n > 1$  o współczynnikach całkowitych oraz niech  $k$  będzie dodatnią liczbą całkowitą. Rozpatrujemy wielomian  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ , gdzie  $P$  występuje  $k$  razy. Wykazać, że istnieje co najwyżej  $n$  takich liczb całkowitych  $t$ , że  $Q(t) = t$ .

**Zadanie 6.**

Każdemu bokowi  $b$  wypukłego wielokąta  $P$  przyporządkowujemy największe pole trójkąta, którego jednym z boków jest odcinek  $b$  i który jest zawarty w wielokącie  $P$ . Udowodnić, że suma pól przyporządkowanych bokom wielokąta  $P$  jest nie mniejsza od podwojonego pola wielokąta  $P$ .

*Czas na rozwiązywanie: 4 godziny 30 minut  
Za każde zadanie można otrzymać 7 punktów*