



۱۳ جولای ۲۰۰۶

مساله ۴. همه زوج های صحیح  $(x, y)$  را بیابید که

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

مساله ۵. فرض کنید  $P(x)$  یک چند جمله ای از درجه  $1 < n$  با ضرایب صحیح و  $k$  یک عدد صحیح مثبت باشد. چند جمله ای  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$  را در نظر بگیرید که  $P$  در آن  $k$  بار ظاهر می شود. ثابت کنید حداکثر  $n$  عدد صحیح  $t$  وجود دارد به طوری که  $Q(t) = t$ .

مساله ۶. به هر ضلع  $b$  از یک چند ضلعی محدب  $P$ ، بیشترین مساحت مثلثی را نسبت می دهیم که  $b$  را به عنوان ضلع دارد و در  $P$  قرار گرفته است. نشان دهید مجموع مساحت های نسبت داده شده به اضلاع  $P$ ، حداقل دو برابر مساحت  $P$  است.

زمان: چهار ساعت و نیم  
هر مساله هفت امتیاز دارد