



2006年7月13日

問題 4. 以下の等式をみたす整数の組  $(x, y)$  をすべて求めよ.

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

問題 5.  $P(x)$  を次数  $n$  ( $n > 1$ ) の整数係数多項式とし,  $k$  を正整数とする. このとき,  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$  を考える. ただし,  $P$  は  $k$  回現れている.

$Q(t) = t$  をみたす整数  $t$  は高々  $n$  個であることを示せ.

問題 6. 凸多角形  $P$  の各辺  $b$  に対して,  $b$  を 1 つの辺とする三角形であって  $P$  に含まれるものの面積の最大値を割りあてる. この凸多角形  $P$  の各辺に割りあてられた面積の和は,  $P$  の面積の 2 倍以上であることを示せ.

試験時間: 4 時間 30 分  
各問 7 点