



2006年7月13日

問題 4. 以下の等式をみたす整数の組 (x, y) をすべて求めよ.

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

問題 5. $P(x)$ を次数 n ($n > 1$) の整数係数多項式とし, k を正整数とする. このとき, $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ を考える. ただし, P は k 回現れている.

$Q(t) = t$ をみたす整数 t は高々 n 個であることを示せ.

問題 6. 凸多角形 P の各辺 b に対して, b を 1 つの辺とする三角形であって P に含まれるものの面積の最大値を割りあてる. この凸多角形 P の各辺に割りあてられた面積の和は, P の面積の 2 倍以上であることを示せ.

試験時間: 4 時間 30 分
各問 7 点