



2006. július 13.

4. Feladat Határozzuk meg az összes olyan, egész számokból álló (x, y) számpárt, amire teljesül

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

5. Feladat Legyen $P(x)$ egy egész együtthatós, $n > 1$ fokú polinom, és legyen k egy pozitív egész. Tekintsük a $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ polinomot, ahol P k -szor fordul elő. Bizonyítsuk be, hogy legfeljebb n darab olyan t egész szám van, amire $Q(t) = t$.

6. Feladat Egy P konvex sokszög mindegyik b oldalához hozzárendeljük a legnagyobb területű olyan háromszög területét, aminek egyik oldala b és ami benne van P -ben. Bizonyítsuk be, hogy a P oldalaihoz rendelt területek összege legalább a kétszerese P területének.

Munkaidő: 4 és fél óra.

Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 pont adható.