



13. heinäkuuta 2006

Tehtävä 4. Määritä kaikki kokonaislukuparit (x, y) , jotka toteuttavat yhtälön

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Tehtävä 5. Kokonaislukukertoimisen polynomin P aste on n , $n > 1$. Olkoon k mielivaltainen positiivinen kokonaisluku. Tarkastellaan polynomia

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots)),$$

missä P esiintyy k kertaa. Todista, että on olemassa enintään n kokonaislukua t , joille pätee $Q(t) = t$.

Tehtävä 6. Liitetään jokaiseen kuperan monikulmion P sivuun b suurimman sellaisen kolmion ala, joka on kokonaan P :n sisällä ja jonka yksi sivu on b . Osoita, että kaikkiin P :n sivuihin liitettyjen alojen summa on ainakin kaksi kertaa P :n ala.

*Työaika 4 tuntia 30 minuuttia.
Jokaisen tehtävän maksimipistemäärä on 7.*