



13. Juli 2006

**Aufgabe 4.** Man bestimme alle Paare  $(x, y)$  ganzer Zahlen, welche die folgende Gleichung erfüllen:

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

**Aufgabe 5.** Es sei  $P(x)$  ein Polynom vom Grad  $n$  mit ganzzahligen Koeffizienten und  $n > 1$ . Ferner sei  $k$  eine positive ganze Zahl. Wir betrachten das Polynom

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots)),$$

wobei  $P$  genau  $k$ -mal auftritt.

Man beweise, dass höchstens  $n$  ganze Zahlen  $t$  mit  $Q(t) = t$  existieren.

**Aufgabe 6.** Gegeben sei ein konvexes Polygon  $P$ . Jeder Seite  $b$  von  $P$  wird das Maximum der Flächeninhalte jener Dreiecke zugeordnet, die in  $P$  liegen und die Seite  $b$  als eine ihrer Seiten haben.

Man beweise, dass die Summe der Flächeninhalte, die den Seiten von  $P$  zugeordnet wurden, mindestens doppelt so groß wie der Flächeninhalt von  $P$  ist.

*Arbeitszeit:  $4 \frac{1}{2}$  Stunden*

*Bei jeder Aufgabe können 7 Punkte erreicht werden.*