



13. červenec 2006

Úloha 4. Určete všechny dvojice (x, y) celých čísel, pro něž platí

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Úloha 5. Nechť $P(x)$ je polynom stupně $n > 1$ s celočíselnými koeficienty a k nechť je kladné celé číslo. Uvažujme polynom $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$, kde P je uvažováno k -krát. Dokažte, že existuje nejvýše n celých čísel t takových, že $Q(t) = t$.

Úloha 6. Každé straně b konvexního mnohoúhelníku P přiřadíme maximální obsah trojúhelníku, který celý leží v P a jehož jedna strana je b . Dokažte, že součet obsahů přiřazených všem stranám mnohoúhelníku P je větší nebo roven než dvojnásobek obsahu mnohoúhelníku P .

*Čas na vypracování: 4 hodiny 30 minut.
Za každou úlohu je možno získat 7 bodů.*