



Ngày 12 Tháng 7 Năm 2006

Bài 1. Cho ABC là một tam giác với tâm đường tròn nội tiếp là I . P là một điểm ở trong tam giác thỏa mãn

$$\widehat{PBA} + \widehat{PCA} = \widehat{PBC} + \widehat{PCB}.$$

Chứng minh rằng $AP \geq AI$ và đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $P = I$.

Bài 2. Cho P là một đa giác đều 2006 cạnh. Một đường chéo của P được gọi là *đoạn tốt* nếu các đỉnh đầu và đỉnh cuối của nó chia chu vi của P thành hai phần, phần nào cũng có số lẻ cạnh. Các cạnh của P cũng được coi là đoạn tốt.

Giả sử ta chia P thành các tam giác bởi 2003 đường chéo đôi một không có điểm chung thuộc miền trong của P . Hãy tính số lớn nhất các tam giác cân có hai cạnh là đoạn tốt có thể xuất hiện trong cách chia P như trên.

Bài 3. Xác định số thực nhỏ nhất M sao cho bất đẳng thức

$$\left| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) \right| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

được thỏa mãn cho tất cả các số thực a, b và c .

*Thời gian làm bài: 4 giờ 30 phút
Mỗi bài được 7 điểm*