



12. juli 2006

Oppgave 1. La ABC være en trekant med innsenter I . Et punkt P ligger på innsiden av trekanten og tilfredsstill

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

Vis at $AP \geq AI$, og at likhet gjelder hvis og bare hvis $P = I$.

Oppgave 2. La P være en regulær 2006-kant. En diagonal i P kalles for *god* hvis endepunktene deler omkretsen til P i to deler, hver av dem bestående av et odde antall kanter av P . Sidene i P kalles også *gode*.

P deles opp i trekanter av 2003 diagonaler, av hvilke ingen to har felles punkt innenfor P . Finn det maksimale antallet likebente trekanter med to gode sider som kan oppnås ved en slik oppdeling.

Oppgave 3. Bestem det minste reelle tallet M slik at ulikheten

$$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

holder for alle reelle tall a , b og c .

*Tid til disposisjon: 4 timer og 30 minutter
Hver oppgave er verdt 7 poeng*