2006 m. liepos 12 d.

**1 uždavinys.** Trikampio $ABC$ įbrėžtinio apskritimo centras yra $I$. Trikampio viduje paimtas toks taškas $P$, kad $\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$. Įrodykite, kad $AP \geq AI$, ir lygybė teisinga tada ir tik tada, kai $P = I$.

**2 uždavinys.** Taisyklingojo 2006-kampio $P$ įstrižainė vadinama *gera*, jeigu jos galiniai taškai dalija daugiakampio kontūrą į dvi dalis, kurių kiekvieną sudaro nelyginis kraštinių skaičius. Daugiakampio $P$ kraštinės taip pat vadinamos *geromis*. Tarkime, kad $P$ suskaidytas į trikampius 2003 įstrižainėmis, kurių jokios dvi neturi bendrų taškų $P$ viduje. Raskite, kiek daugiausia tame skaidinyje gali būti lygiašonių trikampių, turinčių dvi geras kraštines.

**3 uždavinys.** Raskite mažiausią realųjį skaičių $M$ tokį, kad nelygybė

$$\left|ab(a^2-b^2)+bc(b^2-c^2)+ca(c^2-a^2)\right| \leq M(a^2+b^2+c^2)^2$$

būtų teisinga su visais realiaisiais skaičiais $a$, $b$ ir $c$.

Skirtas laikas 4 h 30 min

Kiekvienas uždavinys vertinamas 7 taškais