12-ը հուլիսի 2006թ.

Խնդիր 1: Դիցուք I կենտրոնը ABC եռանկյան ներգծյալ շրջանագծի կենտրոնն է: P կետը եռանկյան ներսում ընտրված է այնպես, որ

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB:$$

Ապացուցել, որ $AP \geq AI$: Հավասարության դեպքը կունենք միայն այն և միայն այն դեպքում, երբ P-ն համընկնում է I-ի հետ:

Խնդիր 2: P կանոնավոր 2006-անկյան բազմանկյան անկյունագիծը կոչվում է *լավ*, երբ նրա ծայրակետերը բաժանում են P-ի եզրագիծը երկու մասերի, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է կենտ թվով կողմեր: P բազմանկյան կողմերը նույնպես համարվում են լավ:

Դիցուք P-ն 2003 անկյունագծերի միջոցով տրոհված է եռանկյունների: Այդ անկյունագծերից ոչ մի երկուսը P-ի ներսում շառավիղ ընդհանուր կետեր: P-ի ներսում շառավիղ ընդհանուր կետեր:

որքանի ամենամեծ թվով հավասարասրուն եռանկյուններ կարող է ունենալ այդպիսի տրոհումը, երբ այդ հավասարասրուն եռանկյունների հիմքերը լավ կողմեր:

Խնդիր 3: Գտնել ամենափոքր M իրական թիվը, որի համար

$$|ab(a^2-b^2)+bc(b^2-c^2)+ca(c^2-a^2)| \leq M(a^2+b^2+c^2)^2$$

անհավասարությունը կատարվում է ցանկացած a, b, c իրական թվերի համար:

Հնարավոր է՝ 4 ժ. 30 րոպե:
Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է 7 միավոր: